LON. R. SHELBY Y LA “GEOMETRÍA CONSTRUCTIVA”

El profesor Lonnie Royce Shelby (1935-2018) se doctoró en 1962 por la Universidad de Carolina del Norte con su tesis sobre "*La supervisión técnica de la construcción en la Inglaterra medieval*". Toda su carrera posterior se desarrolló en la Universidad del Sur de Illinois, de donde se retiró como decano de la Facultad de Artes Liberales.

Fue conocido por sus trabajos específicos sobre los tratados que nos han llegado de los maestros de obras medievales**:** Villard, Roriczer, Schmuttermayer y Lechler (no pudo ocuparse del tratado de Hans Hammer, pues se conoció posteriormente), y sobre los del ingeniero humanista italiano Mariano Taccola.

En 1977 publicó “*Gothic Design Techniques*” (Southern Illinois University Press), con la primera traducción al inglés de los tratados de Roriczer y Schmuttermayer.

En 1972 Shelby publicó un denso artículo que se convertiría en un clásico sobre este asunto: “Los conocimientos geométricos de los Maestros de Obras medievales” (“*The geometrical knowledge of mediaeval master masons”,* revista *“Speculum”*, Medieval Academy of America , tomo 47, n.º 3, pp.395-421), en el que defiende la idea de que la tradición geométrica de los constructores medievales surgió y se desarrolló al margen de los tratados teóricos –desde Euclides- y sus motivaciones, por lo que acuñó el término “geometría constructiva” (*constructive geometry)* para diferenciar la primera.

LOS CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS DE LOS MAESTROS DE OBRAS MEDIEVALES

Por Lon. R. Shelby, 1972.

Traducción: Charis Boucher cboucher@gmx.es

Durante los últimos ciento cincuenta años numerosos académicos han buscado los cánones geométricos que supuestamente utilizaron los maestros de obras en el diseño y la construcción de las iglesias medievales. Pero en esta búsqueda de una de las claves para el entendimiento de la arquitectura medieval, esos académicos apenas se preguntaron cuál fue el carácter y el contenido reales de los conocimientos geométricos que se esperaba que poseyera un maestro de obras medieval. En este trabajo intento responder a esta pregunta.

La idea de que la geometría desempeñaba un papel fundamental en el oficio de los constructores medievales no es en ningún modo una invención de los académicos actuales; era una noción comúnmente mantenida por los mismos constructores medievales. En el s. XIII, el maestro de obras franco Villard de Honnecourt abordó esta cuestión en el prefacio de su *Cuaderno*:

"*Villard de Honnecourt os saluda y ruega a todos aquellos que se sirvan de las instrucciones que se encuentran en este libro que recen por su alma y lo recuerden. Pues en este libro encontrarán buenos consejos relacionados con la técnica adecuada de la construcción y algunas instrucciones de carpintería. Encontrarán también la técnica del retrato y sus elementos tal como lo requiere y lo enseña el arte de la geometría*".[1]

En otra parte Villard puntualizó:

"*Aquí comienza la técnica de los elementos del retrato, tal como la enseña el arte de la geometría para trabajar con más facilidad. Y en otras hojas están las de la construcción".*[2]

Aunque no lo dice textualmente, la implicación parece ser que "en otras hojas se encuentran las técnicas de los elementos (*li force des trais*) de la construcción, tal como las enseña el arte de la geometría".

Una alegación aún más enérgica sobre el papel esencial de la geometría en el oficio de los constructores la hizo en torno a 1400 el autor desconocido - probablemente un clérigo - que compiló una introducción histórica a los "Artículos y Puntos de la Construcción" ("Articles and Points of Masonry", **N. del T.**), donde se exponen las costumbres y normas relacionadas con el oficio de los constructores en la Inglaterra de aquella época.

(**N. del T**.: *Se trata del manuscrito conocido como "Regius", por haber sido donado por el rey Jorge II al British Museum en 1757. Por ello, no lo conocía Anderson y no pudo incluirlo en sus referencias a la colección de los "Antiguos Deberes" –Old Charges- en la publicación del texto fundacional "Las Constituciones de la Francmasonería" (1723), siendo sin embargo el más antiguo de todos).*

Aunque esta introducción contiene superposiciones de aprendizaje "clerical", es evidente que está basada en las tradiciones del oficio en sí, de forma que ofrece una valiosa visión de las percepciones que los constructores tenían sobre la historia y el carácter de su oficio.[3] El autor comienza con una revisión de las siete artes liberales, pero pronto se centra en la geometría para prestarle una atención especial y definirla de la manera tradicional - siguiendo a Isidoro de Sevilla - como la medida de la Tierra. A continuación explica la importancia de la geometría para los trabajos manuales:

"No os sorprendáis que dijera que todas las ciencias viven exclusivamente de la ciencia de la geometría. Porque no hay ningún artificio ni objeto manual que no haya sido forjado por la mano del hombre sin la geometría. … Porque si el hombre trabaja con sus manos trabaja de alguna manera con algún tipo [de] herramienta, y no hay ningún instrumento de bien material en este mundo que no venga de la tierra y no regrese a ella. Y no hay ningún instrumento, o sea, herramienta de trabajo, que no tenga más o menos una proporción. Y la proporción es medida [y] la herramienta o instrumento es tierra. Y se dice que la geometría [es] la medida de la tierra, por lo que puedo decir que los hombres viven todos según la geometría".[4]

Habiendo establecido la conexión entre la geometría y el trabajo con herramientas, el autor continúa diciendo "*que entre todos los oficios del mundo de los oficios del hombre, es la construcción la que más importancia y más parte tiene en esta ciencia [de] la geometría, tal como señala y dice el historial, al igual que la Biblia y el Maestro de las Historias*"[5]. Después pasa a los orígenes de la geometría y la construcción y expone varias versiones tomadas de estas diferentes fuentes. Aquí la versión de mayor interés es la historia de Euclides, quien, según el autor, habría sido discípulo de Abraham mientras este vivía temporalmente en Egipto. En efecto, sería Abraham quien enseñaría la ciencia de la geometría a Euclides, quien a su vez la enseñaría a los egipcios.

"*Entonces este respetable clérigo, Euclides, les enseñó a hacer grandes muros y zanjas para contener las aguas [del Nilo]. Y mediante la geometría midió el terreno y lo dividió en diversas partes, e hizo que cada hombre cerrara su parte con muros y zanjas, y entonces se convirtió en un país abundante. … Y llevaron a sus hijos ante Euclides para que los gobernara según su propia voluntad, y les enseñó el oficio [de la] construcción y le dio el nombre de geometría porque había enseñado al pueblo la división del terreno".*[6]

Para nuestro presente propósito, el principal valor de este pintoresco y tergiversado relato de la persona histórica de Euclides, y del origen y el significado de la geometría euclidiana, es que refleja la importancia connotativa que la palabra geometría había adquirido para los constructores ya en 1400; según ellos, la construcción era un oficio que históricamente se remontaba a Abraham a través de Euclides y que inicialmente se había fundado en esa ciencia preeminente de los trabajos manuales, que era la geometría. Para los constructores medievales Euclides se había convertido prácticamente en un héroe epónimo del oficio y la palabra geometría era sinónimo de construcción. Cuando una palabra adquiere unos significados tan ricos y especiales, debemos guardarnos de malinterpretarla cuando la utilizan aquellos que le han otorgado dichos significados. En otras palabras, es posible que para los constructores medievales las palabras "Euclides" y "geometría" no tuvieran el mismo significado que para nosotros hoy en día la geometría euclidiana.

Para reconstruir los conocimientos geométricos de los maestros de obras medievales, primero debemos considerar el tipo de educación que estos hombres habrían recibido. Dado que en un estudio anterior ya he abordado este tema en detalle en el caso de los maestros de obras ingleses, en este trabajo solo voy a ofrecer una revisión resumida.[7] No parece que la alfabetización fuera un requisito necesario para que un constructor se convirtiera en un maestro de su oficio, ya que existían numerosos clérigos dispuestos a realizar los servicios de lectura y escritura necesarios para las transacciones comerciales y el mantenimiento de registros en la construcción de los edificios. Por otro lado, hay evidencias de que a partir del s. XIII al menos algunos maestros de obras aprendieron a leer y escribir, lo que parece ser simplemente parte de un proceso más extenso, el de la alfabetización creciente entre los laicos en la baja Edad Media. La alfabetización en las lenguas vernáculas podía lograrse de diversas maneras, formales e informales, pero la alfabetización en latín normalmente significaba que era necesario asistir a una escuela de gramática, donde, en efecto, el objetivo principal de los estudios era enseñar a los jóvenes académicos a leer, escribir y hablar en latín. Aquí radica una clave importante al problema de los conocimientos geométricos de los maestros de obras medievales. Los maestros de las escuelas de gramática normalmente prestaban poca atención al *quadrivium*, y por regla general la aritmética, la geometría, la música y la astronomía apenas recibían consideración en el plan de estudios propiamente dicho. Por ello, incluso el muchacho que hubiera completado varios años de estudios en una escuela de gramática habría tenido poco o ningún contacto con la geometría euclidiana, incluso en la forma menguada en que se había transmitido a través de las primeras enciclopedias, antologías y libros medievales.

Un estudiante sólo podía encontrar la geometría como parte habitual de un plan de estudios en los niveles superiores de la educación formal, es decir, en algunas de las escuelas monásticas y catedralicias de mayor renombre, los *studia generalia*, y posteriormente, en las universidades.[8] Pero, dadas las circunstancias sociales, económicas y profesionales de los maestros de obras medievales, puede argüirse que un joven que quisiera convertirse en maestro de este oficio no habría cursado dichos estudios superiores - y no he hallado pruebas que contradigan esta deducción. En cambio, se esperaría que un joven que hubiera estudiado en la universidad encontrase oportunidades profesionales fuera de los propios oficios de la construcción; podría por ejemplo llegar a ser un contador de la obra, pero no un maestro de obras.

Parece ser entonces que cualesquiera que fueran los conocimientos geométricos que los maestros de obras medievales poseían, no los había adquirido a través de la enseñanza formal.[9] Por otro lado, los constructores disponían de medios informales para aprender estos conocimientos, como las conversaciones con los mecenas clericales de la construcción, que a veces equivalían a un tipo de tutoría. Y el constructor alfabetizado verdaderamente decidido podía aprender geometría por sí mismo estudiando los tratados medievales sobre el tema. Pero la profunda convicción de los constructores de que la “geometría” era la base de su oficio, nos sugiere que estos medios informales, y probablemente bastante excepcionales, no bastan para explicar cómo los constructores comunes, e incluso los maestros de obras, adquirían sus conocimientos en geometría. Una respuesta mucho más probable puede hallarse en la formación de los constructores en las tradiciones del oficio, mediante la cual los conocimientos técnicos requeridos en diseño y construcción se transmitía de padre a hijo, de maestro a aprendiz, y de oficial cualificado a aquellos que eran menos doctos en esas tradiciones.[10] Dado que la geometría de los constructores era una parte esencial de dichos conocimientos técnicos, los maestros de obras medievales normalmente habrían adquirido sus conocimientos geométricos de la misma manera que el resto de sus conocimientos y habilidades en construcción: llegando a dominar las tradiciones del oficio.

En general estas tradiciones se transmitían de forma oral de una generación de constructores a la siguiente; en consecuencia, la mayor parte de los conocimientos técnicos en los que se basaban la construcción y la arquitectura medievales desaparecieron con la extinción de esas tradiciones orales al término de la construcción gótica en Europa. A la vista de esto, la tarea de reconstruir los conocimientos geométricos de los maestros de obras medievales parecería inútil. Por suerte, no obstante, a finales de la Edad Media varios maestros de obras alemanes escribieron pequeños libros sobre algunos de los aspectos técnicos de su oficio, y gracias a ellos podemos obtener una imagen bastante clara de la geometría de los constructores. Pero antes de centrarnos en estos documentos de finales del siglo XV, debemos fijarnos en ese solitario y crucialmente importante *Cuaderno* del siglo XIII de Villard de Honnecourt.

Como se ha señalado anteriormente, Villard se refirió en varias ocasiones al *ars de iometrie* como la base de su técnica de *portraiture*, e insinuó que también era la base del oficio de la *maconerie*. Pero dado que hemos reconocido el cargado carácter de la palabra *geometría* para los constructores medievales, debemos preguntarnos, ¿a qué se refería exactamente Villard con *iometrie*? ¿Y a qué se refería su discípulo Magister II con *geometrie* cuando incluyó la frase "*Totes ces figures sunt estraites de geometrie*" en una de las páginas dedicadas a la *maconerie*? (**N. del T.**) En general, se ha dado por sentado que Villard y Magister II hacían referencia a la "geometría práctica" desde el punto de vista medieval tradicional; por consiguiente, la afirmación de Magister II se ha interpretado como que "Todas estas figuras se han tomado de [un tratado sobre] geometría [práctica]".[11]

(**N. de T.:** *El cuaderno que dibujó Villard de Honnecourt hacia 1220 fue continuado por, al menos, otro maestro posterior anónimo mucho tiempo después, al que los estudiosos se refieren como "Magister II". También puede apreciarse, por la estructura y el cosido de las hojas, que fueron arrancadas aproximadamente la mitad de las que debió contar en origen*).

Ciertamente los académicos medievales mostraron un considerable interés por la geometría práctica, como lo demuestran los numerosos tratados que se conservan sobre el tema. Si la geometría de los constructores era siquiera más o menos equivalente a esta geometría práctica - si Magister II sí copió sus ejemplos de una *practica geometriae* medieval -, entonces está claro que tenemos numerosos materiales a partir de los que reconstruir los conocimientos geométricos de los constructores medievales, además del *Cuaderno* de Villard y los libritos de los maestros alemanes tardomedievales.

Este es un problema crucial para el tema del presente trabajo. A fin de abordar el significado específico de la afirmación de Magister II y ofrecer un contexto general en el que debatir el contenido de la geometría de los constructores medievales, es necesario, llegados a este punto, hacer un *excursus* y adentrarnos en las tradiciones medievales de la geometría a lo largo del siglo XIII, con especial hincapié en el desarrollo de la geometría práctica medieval.[12] Para ello no es preciso que entremos en las polémicas y muy debatidas cuestiones relacionadas con las traducciones de los *Elementos* de Euclides y su diseminación por la Europa medieval. Baste señalar que durante la alta Edad Media circulaban traducciones en latín (de Boecio, “Pseudo Boecio”, y otros) de partes de los *Elementos* que transmitían a los estudiantes occidentales algunas de las definiciones, postulados, axiomas y proposiciones de Euclides, pero sin las pruebas euclidianas.[13] Después, en el siglo XII, el tratado completo fue traducido desde la versión árabe al latín por al menos tres académicos latinos.[14]

La geometría llegó a la Europa medieval no solo a través de los fragmentos euclidianos. Desde la Antigüedad tardía había sido reconocida como una de las siete artes liberales, de modo que recibió la pleitesía adecuada en los libros de Martianus Capella, Cassiodorus Senator e Isidoro de Sevilla, si bien de forma breve.[15] Más aún, los antiguos académicos medievales que querían un conocimiento más detallado de la geometría práctica que el que ofrecían los libros y los extractos “boecianos” de Euclides, podían recurrir a los tratados de topografía escritos por los *agrimensores* romanos. Los fragmentos de los trabajos de Frontinus Hyginus, Balbus, Nipsus, Epaphroditus, Vitruvius Rufus y otros se conservaban en el famoso “Codex Arcerianus”, un manuscrito muy antiguo (siglo VI o VII) que se sabe que estaba en el monasterio de Bobbio en el siglo X.[16] Sin embargo, es poco probable que los antiguos académicos medievales estuvieran interesados en copiar, o ir más allá de copiar, estos pasajes sobre geometría de estos libros, de los extractos euclidianos o de los tratados de agrimensura. No fue hasta la época de Gerberto de Reims (c. 940-1003) cuando los académicos latinos occidentales pudieron comprender suficientemente estas fuentes como para intentar redactar un tratado geométrico propio. De hecho, la compilación que llegó a conocerse como *Geometria Gerberti* no fue escrita en su totalidad por Gerberto, pero, una vez más, aquí tampoco es necesario adentrarse en las complejas cuestiones relativas a la autoría de este trabajo.[17] Nuestro propósito quedará satisfecho si nos centramos en el logro representado por esta compilación de Gerberto y sus sucesores del siglo XI, esto es, el dominio de los extractos euclidianos y los tratados de agrimensura, al menos hasta el punto de que los autores pudieran replantear e incluso intentar ir más allá de estas fuentes en su formulación de los problemas geométricos. Con la reelaboración de estos materiales, la *Geometria Gerberti* aportó los prototipos de los dos planteamientos principales de la geometría durante la plena Edad Media. El planteamiento más estrictamente matemático encontró eventualmente su lugar en un rincón bastante reducido del plan de estudios universitario, como estudio de los *Elementos* de Euclides; la geometría práctica, por otro lado, se convirtió en un tema de interés común tanto para los escolásticos como para los artesanos, y continuaron escribiéndose tratados sobre ella en latín y en lenguas vernáculas a lo largo del resto de la Edad Media.

Pero la distinción formal entre geometría “teórica” y “práctica” no apareció en el occidente latino hasta el siglo XII, cuando fue introducida por Hugo de St. Víctor en un breve tratado sobre *Practica geometriae*.[18]

“*Toda la disciplina de la geometría es teórica, es decir, especulativa, o práctica, es decir, activa. La teórica es la que investiga espacios y distancias de dimensiones racionales* *únicamente mediante el razonamiento especulativo; la práctica es la que se hace mediante determinados instrumentos, y que emite juicios uniendo de forma proporcional una cosa con otra*”.[19] Después de separar la geometría teórica de la práctica, Hugo dividió esta última en tres partes, *altimetria*, *planimetria* y *cosmimetria*:

“*Altimetría es la que investiga las alturas y las profundidades… Se habla de planimetría cuando el propósito es hallar la extensión de un plano. Sin embargo, la cosmometría toma su significado de la palabra cosmos. Cosmos en griego significa mundo; por consiguiente, cosmometría es la medición del mundo, es decir, se refiere a la medida de la circunferencia, como el movimiento de una esfera celeste y de otros círculos celestiales, o el globo terrestre y muchas otras cosas que la naturaleza ha hecho redondas*”.[20]

En síntesis, la *Practica geometriae* de Hugo es un libro de texto académico sobre topografía, tanto terrestre como celeste. En su “Prólogo”, Hugo dice que no está intentando algo nuevo, sino que simplemente está reuniendo material que está disperso en trabajos más antiguos, a fin de allanar el camino para los estudiantes que se interesen por estas cuestiones. Pero lo que hizo, en efecto, fue establecer un género de tratado académico y otorgarle un marco básico, en la distinción entre altimetría, planimetría y cosmometría. En lo sucesivo, los tratados medievales sobre *practica geometriae* seguirían, por lo general, el camino marcado por Hugo, salvo que con el tiempo la cosmometría se transformaría en estereotomía. Por consiguiente, la geometría práctica medieval, tal como se refleja en los tratados sobre el tema, estaba limitada a la topografía y la metrología, de manera que las demás aplicaciones de la geometría en el mundo de la práctica quedaron fuera del saber de los autores y lectores de la *Practica geometriae*.

Podría haber sido lo contrario si estos autores hubieran adoptado las sugerencias sobre geometría práctica que Dominicus Gundissalinus, un filósofo y traductor español del siglo XII, incluyó en su esquematización del conocimiento en *De divisione philosophiae*. En este trabajo, Dominicus Gundissalinus se apoyó sólidamente en la clasificación de las ciencias desarrollada por el académico árabe del siglo X, al-Farabi.[21] Pero también parece haber recibido la influencia de Hugo de St. Víctor, ya que su explicación de la geometría refleja una mezcla de términos e ideas de la *Practica geometriae* y del *De scientiis*[22] de al-Farabi. Siguiendo la distinción de éste entre las ciencias teóricas y prácticas, Gundissalinus incluyó las matemáticas dentro de la rama teórica. A continuación dividió las matemáticas en siete artes, una de ellas la geometría.[23] Después dividió cada una de estas artes en sus aspectos teóricos y prácticos, y, como buen académico, elaboró diferencias entre lo teórico y lo práctico en términos de género, especie, partes, artífice, herramientas, cargo, propósito, etc. Algunas de las diferencias que hizo en relación a la geometría son especialmente relevantes para este estudio y dignas de citar en profundidad.

“Hay tres tipos de geometría práctica: altimetría, planimetría y cosmometría. La ciencia con la que se estudian las líneas, superficies y cuerpos según su altura se llama altimetría, es decir, la ciencia de medir alturas; si son los planos se llama planimetría, es decir, la ciencia que mide cualquier superficie plana; si es la profundidad se denomina cosmometría, o la ciencia de medir sólidos… El propósito de la teoría es enseñar algo. El propósito de la práctica es hacer algo. … El artífice de la teoría es el geómetra, que conoce con claridad todos los elementos de la geometría y puede enseñarla. Su instrumento es la demostración.

… El artífice de la práctica es el que la utiliza [la geometría] en el trabajo. Existen dos clases de artífices, a saber, el topógrafo y el artesano. Los topógrafos son los que miden la altura y la profundidad y la superficie plana de la Tierra. Los artesanos son los que se aplican en el trabajo de las artes constructivas o mecánicas, como el carpintero con la madera, el herrero con el hierro, el constructor con el barro y las piedras, y así todos los artífices de las artes mecánicas, de acuerdo con la geometría práctica. De hecho, cada cual crea líneas, superficies, cuadrados, círculos, etc. en cuerpos materiales de acuerdo a la manera apropiada de su arte. Estos distintos tipos de artesanos se diferencian según los materiales con los que, y a partir de los que, trabajan. Por ello, todos y cada uno de ellos tienen los materiales y los instrumentos que necesitan. Los instrumentos de los topógrafos son el pie, la palma, el codo, el estadio, la pértiga, y muchos otros. Los de los carpinteros son el hacha, la azuela, el hacha ancha, la cuerda, y muchos otros. Los del herrero son el yunque, las cizallas, el martillo, y muchos otros. Los de los constructores son la cuerda, la pala, la plomada, y muchos otros. … La función de la geometría práctica es, en el caso de la topografía, determinar las dimensiones específicas según la altura, la profundidad y el ancho; en el caso de la fabricación, fijar las líneas, superficies, figuras y magnitudes prescritas según las cuales queda determinado ese tipo de trabajo. El objetivo es la certificación de las dimensiones, o el dinero y los elogios por la finalización del trabajo”.[24]

En este pasaje queda claro que Gundissalinus se adhirió a la distinción que hizo Hugo de St. Víctor entre la geometría teórica y la práctica, si bien el primero amplió de manera significativa la definición de esta última. Mientras que Hugo limitó su análisis de la geometría práctica a la topografía terrestre y celeste, Gundissalinus reconoció que este “arte” era utilizado por los *fabri*, así como los *mensores*. En efecto, su percepción de la esencia de la geometría de los artesanos fue incisiva, como hemos podido ver en la cita anterior: que la geometría consistía en la manipulación de “líneas, superficies, figuras y magnitudes” en los materiales, con los instrumentos y las normas acordes a cada oficio. Es desafortunado que el reconocimiento de la *geometría fabrorum* de Gundissalinus no fuera continuado por los autores medievales de la *practicae geometriae*, porque, de la práctica de la geometría en los oficios de la construcción, incluso la interpretación de un académico sería bienvenida como fuente de información sobre un tema que cuenta con tan poca evidencia directa.

Hay virtualmente una exclusión consciente de la geometría de los artesanos en la *Practica geometriae* compilada por el ahora famoso Leonardo Pisano en 1220. Quizá porque se trataba de un tratado avanzado de matemáticas, Leonardo no se sentía obligado a empezar con las distinciones habituales entre geometría teórica y práctica. Elaboró en cambio definiciones para muchos de los términos y conceptos que él usaría, y después puso en marcha un tratado de ocho partes sobre problemas técnicos de geometría, aritmética, trigonometría… y topografía. Dedicó muchas páginas a este último tema en su voluminoso libro, pero eran radicalmente diferentes de los tratados de agrimensura y los trabajos medievales anteriores sobre topografía. A diferencia de los autores de estos tratados, Leonardo no ofreció meros procedimientos generales sobre la topografía, sino que aportó demostraciones de la corrección matemática de los procedimientos que describió.[25] Así, Leonardo puso patas arriba la distinción medieval entre geometría práctica y teórica, ya que en su *Practica geometriae* demostró con geometría “teórica” los motivos de sus proposiciones. Pero pagó el precio de su sofisticación matemática, porque no parece que muchos otros interesados en la geometría práctica leyeran o utilizaran su libro.

No era solo la sofisticación de las matemáticas de Leonardo lo que hacía que su libro estuviera fuera del alcance de los artesanos: salvo que recibieran, como mínimo, una educación bastante rigurosa en la escuela de gramática, no habrían podido entender el latín en el que estaba escrito. Lo mismo hubiera ocurrido, lógicamente, con la *Practica geometriae* de Hugo de St. Víctor. Mientras que el latín era de gran ayuda para los académicos debido a su universalidad, sí que constituía un escollo para aquellos laicos que desconocían la lengua pero querían acceder directamente a, al menos, una parte de los conocimientos académicos. La cada vez mayor alfabetización de los laicos en las lenguas vernáculas durante la baja Edad Media dio lugar a cierta presión popular para que los tratados cultos fueran escritos o traducidos en lenguas vernáculas. Este deseo se extendió a los trabajos matemáticos a partir del siglo XIII, como puede observarse en un comentario introductorio a un algorismo (**N. del T.**) versificado de esa época.

"*Los dos clérigos que tradujeron el `Computus´ al francés fueron exhortados por muchos a que tradujeran el algorismo al francés, de la misma manera que hicieron con el `Computus´…*".[26]

(**N. del T.:** *"Algorismo", ya en desuso, del latín "algobarismus": conjunto de operaciones de cálculo que permiten hallar la solución de una incógnita).*

En efecto, el número de tratados de "matemáticas aplicadas" escritos tanto en latín como en lenguas vernáculas a partir del siglo XIII prueba que había un interés común de académicos y laicos. Como ejemplo, podemos citar otro algorismo en francés de c. 1275, si bien más relevante para el presente estudio es la *Pratike de geometrie* francesa que puede encontrarse en el primer manuscrito.[27]

El autor anónimo comienza su *Pratike de geometrie* con esta afirmación preliminar:

"*Comenzaremos un trabajo con la práctica de la geometría, que dividiremos en tres partes. En la primera parte os enseñaremos a hallar la medida de las superficies planas; en la segunda a hallar la medida de las alturas y las profundidades, y las medidas de extensión; en la tercera a hallar los detalles geométricos y astronómicos adecuados para las dos partes previas*".[28]

Enseguida reconocemos la habitual división tripartita de la geometría práctica en planimetría, altimetría y cosmometría, aunque el autor parece algo indeciso sobre qué hacer con la tercera división. De hecho, no sigue su propio guión demasiado bien, como puede comprobarse si se revisa brevemente el contenido del tratado.

En primer lugar aparece una breve descripción sobre cómo usar el astrolabio para calcular la longitud de una línea recta, con ejemplos como la distancia a través de un bosque o un río, o la altura de un árbol o un campanario. A continuación explica cómo hallar el área de varias figuras geométricas: el círculo, el cuadrado, el pentágono, el hexágono, el heptágono y una diversidad de triángulos. Posteriormente aparecen ejercicios para calcular la diferencia entre el área de un círculo y el cuadrado que lo inscribe, y viceversa. Después el autor se centra en algunos problemas prácticos de topografía, como la manera de hallar el número de acres de un campo, el número de lotes de un tamaño determinado en un área dada y el número de lotes en una ciudad redonda. Los últimos problemas "geométricos" que aparecen están relacionados con la medición de los volúmenes de diferentes recipientes, como el "hogshead" o el "tun" (**N. del T.**). El pequeño tratado acaba con varias páginas dedicadas a los métodos para calcular las conversiones monetarias entre sistemas.

(**N. del T.**: *"hogshead" y "tun" eran dos unidades de capacidad utilizadas sobre todo para bebidas alcohólicas*).

Esta descripción puede servir como índice del contenido de geometría práctica tal como la comprendió el autor anónimo, y quizá esas "muchas personas" ansiosas por obtener obras como esta en francés. En términos de geometría aplicada, es obvio que los intereses principales del autor estaban centrados en la topografía y la metrología o el conjunto de técnicas usadas para medir el volumen de diversos tipos de recipientes.[29] Con la excepción de los toneleros, apenas se preocupa por la aplicación de la geometría práctica en los oficios relacionados con las artes mecánicas y de construcción. Solo en un pasaje aborda directamente un problema que podría surgir en la construcción de edificios, donde ofrece una fórmula algo confusa para hallar el volumen de una columna redonda[30], pero incluso esta fórmula probablemente provenía más de un ejercicio clásico que de uno medieval, pues parece ser poco más que el débil reflejo de un fragmento de la Antigüedad, el *De geometria columnarum et mensuriis aliis*, que se incluyó en algunos de los manuscritos medievales, donde se conservan los tratados de agrimensura y otros fragmentos de la geometría práctica romana.[31]

La *Pratike de geometrie* nos vuelve a llevar en nuestra revisión de la geometría práctica medieval al *Cuaderno* de Villard, ya que ambos libros eran aproximadamente contemporáneos, ambos fueron escritos en dialecto picardo y ambos se preocupaban por la aplicación de la geometría a problemas prácticos. Pero, en términos generales, los problemas que interesaban a Villard y Magister II eran bastante diferentes de los que despertaban el interés del autor de la *Pratike de geometrie*, ya que este último sólo estaba preocupado por la topografía y la metrología, mientras que las páginas del *Cuaderno* están dedicadas sobre todo a problemas de *portraiture*, *maconerie* y *carpenterie*. Para más detalle, Villard y Magister II sí que incluyeron algunos problemas de topografía: cómo medir el ancho de un río o de una ventana desde una distancia, o la altura de una torre (Figs. 1 y 2).

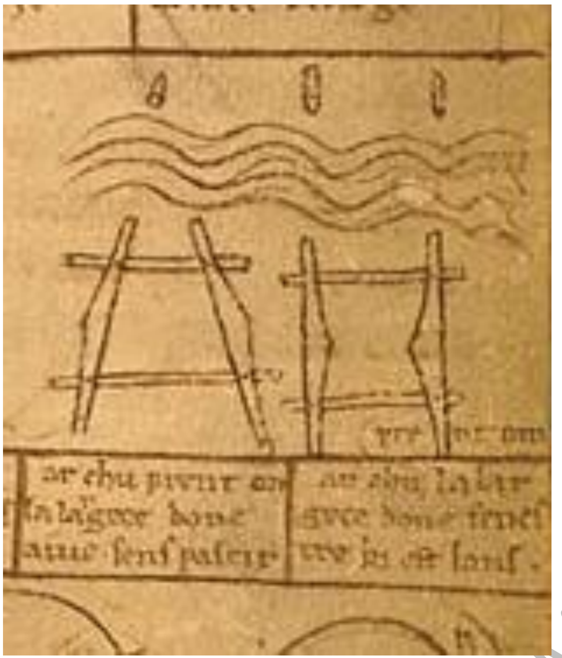


Fig. 1. Técnicas de topografía, del *Cuaderno* de Villard de Honnecourt (fol. 39, l, m).

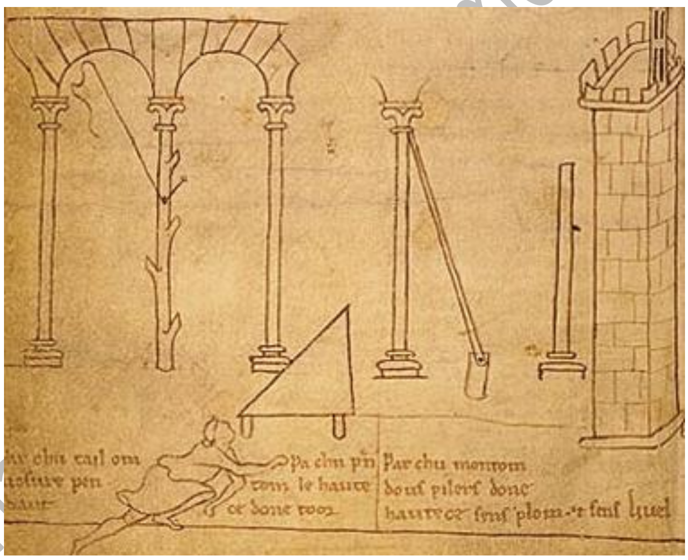


Fig. 2. Técnicas de topografía, del *Cuaderno* de Villard de Honnecourt (fol. 40, l).

El primero y el tercero eran problemas tradicionales de *altimetria* y *planimetria* de los textos medievales de agrimensura y topografía. En efecto, la demostración de Villard sobre cómo medir una torre podría haber servido como ejemplo de la descripción de esta técnica en la *Geometria Gerberti*:

"*El geómetra prepara un triángulo rectángulo formado por una base y una vertical del mismo número; la proporción de la hipotenusa no se tiene en cuenta, ya que sirve de poco en el cálculo de la altura a partir de un triángulo rectángulo. El topógrafo lo traslada (el triángulo) por una línea a partir del plano de base, hasta el punto donde puede verse – con el ojo a la altura del suelo - en el extremo superior del lado vertical, el punto más alto de la* *altura que debe hallarse. A continuación, desde el lugar del punto de vista, se mide el plano de la base hasta el pie [del objeto que se está midiendo] y esa distancia es la altura*”.[32]

Es posible que Villard obtuviera su conocimiento de esta técnica directamente de la *Geometria Gerberti*, aunque es probable que ya para entonces se hubiera convertido en una regla general transmitida a través de las tradiciones orales del oficio. El carácter tradicional de esta técnica algo rudimentaria queda patente en su supervivencia en una versión inglesa del siglo XV, cuando las técnicas de topografía eran aún más sofisticadas que en el siglo XIII.[33] Creo que es poco probable que Villard extrajera la técnica directamente de la *Geometria Gerberti*, pero aunque lo hiciera, es importante señalar que pasó por alto seleccionar esta técnica en particular, porque de hecho esta es sólo una, y la más sencilla, de las varias técnicas de medición de alturas descritas en la *Geometria Gerberti*. Las demás lo son con un espejo, una sombra, una vara, una cuerda y una flecha, y un astrolabio, y algunos de los procedimientos son bastante complejos.[34] Dado que ni Villard ni Magister II dan testimonio del uso del astrolabio o del cuadrante del topógrafo, sospechamos que no conocían los avances en topografía que habían llegado a Europa con la introducción de los instrumentos matemáticos y las enseñanzas árabes.

La pregunta sobre el origen de la técnica de Villard para medir la altura de una torre nos lleva de nuevo al problema de Magister II y su afirmación de que “*Totes ces figures sunt estraites de geometrie*”. Es poco probable que quisiera referirse a que *todos* los problemas prácticos del oficio de la construcción se extrajeran de algún tratado medieval sobre geometría práctica. Como hemos visto, estos tratados estaban limitados casi en su totalidad a problemas de topografía y metrología, y sus autores mostraron poco interés por la aplicación de la geometría en los oficios mecánicos y de la construcción. Si no proceden de alguna *practica geometriae*, ¿se extrajeron esos ejemplos de problemas prácticos de otro manual de taller del oficio de la construcción, tal como ha sugerido el profesor Robert Branner?[36] Pese al ingenio con que Branner argumenta esta posibilidad, continúa siendo un *argumentum e silentio*. Aparte del *Cuaderno* en sí, no hay ningún indicio que demuestre la existencia en esta época de otros manuales de taller del oficio de la construcción, y mucho menos de una tradición continuada de esta clase de libros cuyo único superviviente es el de Villard.[37]

Hay tantos problemas desconcertantes en el *Cuaderno* de Villard, y han suscitado tantas explicaciones elaboradas y diversas, que nos vemos tentados a establecer, como principio exegético fundamental, la norma de que la explicación más sencilla es *ipso facto* la mejor. Por consiguiente, en lugar de suponer que Magister II copió los problemas de taller de los folios 39 y 40 de algún otro libro, cualquiera que sea, comencemos por el hecho de que insertó ejemplos adicionales de problemas prácticos del oficio de la construcción en las páginas que Villard ya había reservado para la *maconerie*. Supongamos después que las figuras y los textos no estaban necesariamente destinados a ser auto-explicativos, sino que Magister II los insertó como recordatorio, como etiquetas de memoria, para otros maestros u oficiales que explicarían los detalles de los problemas y sus soluciones de forma oral a sus aprendices y compañeros constructores del oficio. En resumen, supongamos que el *Cuaderno* es lo que parece ser, es decir, un registro literario excepcional de algunas de las tradiciones orales del oficio de la construcción. Estas sencillas suposiciones nos ayudan a comprender por qué el *Cuaderno* contiene tantos acertijos sin resolver y quizá, en algunos casos, imposibles de resolver; y también hacen innecesario crear nuevos acertijos sobre la relación entre este documento y un género literario del siglo XIII totalmente desconocido, y que quizá jamás existió.

Y entonces ¿qué ocurre con la afirmación de Magister II sobre el origen de sus figuras? En el contexto de una tradición oral en lugar de escrita, la afirmación significaría que estas figuras salieron de la “ciencia” de la geometría, en la que se basan todos los trabajos manuales, y en particular los que mayoritariamente conforman los oficios de la construcción, por tomar prestada una frase de los “Artículos y Puntos de la Construcción”. ¿Y cuál es el contenido de esa geometría? Dado que no es el de los tratados sobre *practica geometriae,* y dado que no existen otros manuales de taller del oficio de la construcción anteriores o contemporáneos, la afirmación de Magister II no nos dirige hacia fuera, en dirección a otros documentos literarios, sino hacia dentro, en dirección al *Cuaderno* en sí, como la fuente principal para reconstruir el contenido de la geometría utilizada por los maestros de obras de esta época.

Si nos centramos primero en las páginas dedicadas a la *maconerie*, podemos enumerar los tipos de problemas que Villard y Magister II se propusieron resolver con la geometría del oficio de la construcción. De los treinta y ocho problemas de estas tres páginas, cuatro figuras (39, l y m; 40 l y 41 b) se ocupan de técnicas de topografía, mientras que otras tres (39 j, p y q) pertenecen esencialmente a otros oficios. Cinco figuras (39 e, k, n, y 41 a, c) abordan problemas más extensos de diseño y disposición de trabajos de construcción a escala completa. El resto son, en sentido más estricto, problemas estereotómicos de disposición y partición de piedras siguiendo el repertorio de las formas arquitectónicas de los constructores: columnas, salmeres, claves, tracerías y, sobre todo, dovelas de diferentes tipos. Varias generaciones de académicos se han entretenido en intentar resolver los acertijos que hay detrás de estas figuras y comentarios crípticos. En años recientes, el profesor Branner y yo hemos publicado una serie de artículos sobre estas figuras y, aunque a veces hemos diferido en algunos detalles, nuestro planteamiento ha sido similar, al buscar la explicación lo más sencilla posible de las técnicas de construcción a las que hacen referencia los dibujos.[38] Dados estos estudios, en este trabajo no es necesario entrar en detalle sobre las técnicas estereotómicas de los constructores medievales según expone el *Cuaderno* de Villard. No obstante, podemos señalar la conclusión general que ha surgido de esos estudios, a saber, que los constructores medievales resolvían los problemas estereotómicos ante todo mediante la manipulación física de formas geométricas con los instrumentos y las herramientas disponibles para los constructores. Se trataba de procedimientos generales que debían seguirse paso a paso, y apenas se recurría a los cálculos matemáticos.

Podemos definir la geometría práctica del *Cuaderno* de Villard de forma más precisa como *geometría constructiva*, mediante la cual los problemas técnicos de diseño y construcción se resolvían a través de la construcción y la manipulación física de formas geométricas sencillas: triángulos, cuadrados, polígonos y círculos. Esta reconstrucción de la geometría de Villard y Magister II está basada en los problemas estereotómicos de las páginas dedicadas a la *maconerie*; pero, una vez definida, es fácil reconocer su aplicación en otros problemas del *Cuaderno*. Así, por ejemplo, las técnicas de topografía mencionadas anteriormente se revelan completamente como procedimientos físicos: para calcular la altura de una torre, el constructor monta un instrumento con forma de triángulo rectángulo isósceles a una distancia de la torre, de manera que la línea visual a lo largo de la hipotenusa se cruce con la parte superior de la torre. La distancia entre el instrumento y la torre será entonces la altura de la torre. Muy sencillo, muy físico y nada matemático. Aunque el procedimiento se basaba en un teorema de triángulos similares, el constructor no tenía porqué saberlo; lo único que debía hacer era seguir el procedimiento de la forma correcta para obtener la altura de la torre. No es posible saber a partir del dibujo si el mismo Villard comprendía el principio geométrico que subyacía bajo el procedimiento. En este aspecto, la diferencia entre el "contenido" de la geometría de los constructores y la *Pratike de geometrie* se hace evidente, ya que aunque esta última también utilizaba procedimientos simplificados, también recurría a determinados cálculos matemáticos, así como a algunas demostraciones matemáticas sencillas sobre la corrección de los procedimientos descritos.

Este mismo tipo de geometría constructiva puede hallarse en las páginas del *Cuaderno* dedicadas a la *portraiture*, en las que Villard enseñó el método de dibujo según el *ars de iometrie*. De nuevo se trata de construir sencillas formas geométricas que proporcionen el marco sobre el que, o alrededor del que, crear el dibujo. El profesor Panofsky percibió claramente la esencia de esta geometría constructiva en su estudio clásico sobre "La historia de la teoría de las proporciones humanas como reflejo de la historia de los estilos":

"*Lo que el arquitecto franco Villard de Honnecourt quiere transmitir a sus "confrères" como "art de pourtraicture" es un "méthode expéditive du dessin" que tiene poco que ver con la medición de proporciones, y desde el principio ignora la estructura natural del organismo. Aquí la figura ya no se "mide" en absoluto, ni siquiera según las longitudes de la cabeza o el rostro; el modelo abandona casi por completo, por así decirlo, el objeto. El sistema de líneas – a menudo concebido desde un punto de vista puramente ornamental y a veces bastante comparable con las formas de la tracería gótica – está superimpuesto a la forma humana como una estructura reticular independiente. Las líneas rectas son "líneas guía" en lugar de líneas de medida*. …"[39]

El *ars de iometrie* de Villard y Magister II era, en consecuencia, uno y lo mismo a lo largo de todo el *Cuaderno*; ya se aplicara a problemas de dibujo de rostros y cuerpos de hombres y animales (hojas 35-38), al cálculo de la altura de una torre (40 l), a la elaboración de la forma de las claves en los arcos de tres y cinco puntos (40 c, d),[40] o a la delineación del plano de planta de una de las torres de la catedral de Laon (18 a).[41] En resumen, el "arte de la geometría", en cuanto a lo que estos constructores pensaban, era "la técnica de las formas" (*li force des trais*), tal como afirmaba Villard en su "Prefacio". Esta técnica – la manipulación de formas geométricas – es lo que yo he denominado geometría constructiva de los constructores medievales.

Como muchos de los detalles del *Cuaderno* estaban pensados, aparentemente, para ser explicados de forma oral, hemos tenido que recomponer esta geometría constructiva de Villard y Magister II mediante inferencias y deducciones a partir de las sencillas pistas ofrecidas por sus dibujos y comentarios, y comparando el contenido del *Cuaderno* con otros tipos de geometría práctica compilados a lo largo del siglo XIII. Estas condiciones hacen que nuestra argumentación sobre los conocimientos geométricos de los maestros de obras sea un tanto circunstancial para el periodo de la arquitectura del gótico pleno. Afortunadamente, entramos en un terreno mucho más firme cuando se trata del gótico tardío, gracias a varios libritos escritos por los maestros de obras alemanes a finales del siglo XV y principios del XVI.

Los primeros de estos libritos que se imprimieron fueron dos de Matthias Roriczer, *Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit* y *Geometria deutsch* ("Opúsculo sobre la justa proporción de los pináculos" y "Geometría en alemán"), el primero publicado en 1486 y el segundo uno o dos años después.[42] Para nuestro presente objetivo, la *Geometria deutsch* es particularmente interesante, dado que consiste en un tratado de un conocido maestro de obras medieval específicamente consagrado a la "geometría". El librito, o mejor dicho, el cuadernillo, ya que solo contiene doce páginas, se compone de figuras con letras y breves explicaciones de las soluciones a nueve problemas: cómo construir un ángulo recto, un pentágono, un heptágono y un octógono; cómo hallar la longitud de la circunferencia de un círculo; cómo calcular el centro de un círculo conociendo solo una parte de la circunferencia; cómo construir un cuadrado y un triángulo con las mismas áreas; cómo disponer las molduras y los pináculos de los gabletes; y cómo disponer el plano de un gablete (**N. del T.**).

(**N. del T.:** *Aunque no es un término muy común en español, tomado del francés "gable", -igual que en el inglés del texto original-, designa construcciones ornamentales de esquema triangular en forma de falsos hastiales, frecuentes en la coronación de arcos. Viollet-le-Duc afirma que es un término de carpintería posteriormente adoptado por la cantería*).

Tras una primera lectura, no queda claro qué intención tenía Roriczer al compilar esta "Geometría en alemán", ya que se trata de una aglomeración algo incongruente de simples problemas geométricos, junto con algunas técnicas de diseño y construcción arquitectónicos. Nos viene a la memoria el carácter heterogéneo del *Cuaderno* de Villard y nos hemos visto tentados a puntualizar que, independientemente de las relaciones que hubiera entre la arquitectura gótica y el academicismo, cuando los maestros de obras medievales escribían libros, desde luego no mostraban esa predilección por la organización literaria sistemática propia de los tratados eruditos. Esto no puede sorprendernos demasiado si situamos estos libritos dentro del contexto de una tradición oral en lugar de una escrita. Los académicos enseñaban con libros, y, a su vez, sus tratados estaban moldeados por las técnicas que se desarrollaban para la enseñanza con libros. Los constructores medievales no enseñaban con libros, sino con la memoria y su experiencia en las técnicas del oficio. Cuando se decidían a describir algunas de estas técnicas en palabras escritas e ilustraciones, no disponían de métodos literarios establecidos a los que ajustarse. En consecuencia, parece que también escribían según enseñaban, amontonando una tras otra las descripciones de las normas y los procedimientos concretos del oficio, con muy poca de esa preocupación académica por incluir los detalles dentro de algún tipo de estructura sistemática.[43]

Pero si la mayoría de los constructores adquirían sus habilidades y conocimientos técnicos a través de la transmisión oral de las tradiciones del oficio, al menos algunos maestros de obras habrían tenido acceso a conocimientos no transmitidos por esas tradiciones. Independientemente de que estos conocimientos procediesen directamente de una fuente literaria o de otra persona que tuviera acceso a esa fuente, los conocimientos en sí podrían perder rápida y fácilmente sus referencias literarias, pasando a formar parte de las tradiciones orales del oficio si resultaban útiles en cuanto a diseño y construcción.

A este respecto, los dos libritos de Roriczer ofrecen una fascinante visión de los procesos mentales de los constructores. En su *Opúsculo sobre la justa proporción de los pináculos*, que está totalmente dedicado a problemas de diseño arquitectónico, menciona como fuente de su técnica de diseño a los "Junker" de Praga, es decir, la famosa familia Parler (**N. del T.**), maestros de obras en la Praga del siglo XIV.[44]

(**N. del T.:** *Los "Junker" de Praga: "Grupo de constructores sin identificar (…) El concepto de "Junker von Prag" probablemente reflejaba la fama de la logia de los constructores de Praga." (Enciclopedia Grove). Varios autores, como Shelby, identifican esta denominación con la saga de constructores Parler y su actividad en Praga, pero ni Roriczer ni Schmuttermayer –vid. Infra- lo mencionan. Existe una reedición reciente del estudio monográfico en alemán de Joseph Neuwirth de 1894: "Die Junker von Prag: Studien zur Geschichte der Gothik n Böhmen", Vero Verlag, 2019*).

Dado que no hay ninguna referencia a un libro anterior sobre las técnicas descritas por Roriczer, es de suponer que obtuvo su conocimiento de esas técnicas a través de la habitual transmisión oral de las tradiciones del oficio. Por otro lado es probable que, para su *Geometria deutsch,* Roriczer utilizara un tratado sobre geometría del siglo XV, *De inquisicione capacitatis figurarum*, que no menciona, aunque hay algunos paralelismos sorprendentes entre determinados pasajes de ese tratado y algunos de los ejercicios geométricos de Roriczer. No se sabe con seguridad quién fue el autor de *De inquisicione*, pero el manuscrito en el que sobrevive el tratado fue compilado por un tal Magister Reinhard de Vurm antes de la mitad del siglo XV. En 1457 estaba en posesión de Johannes Fleckel, quien se lo llevó a Viena cuando entró en la orden de los dominicos. Cuando Fleckel murió, la casa dominica vendió el manuscrito a Burchard Keck, un ciudadano de Salzburgo, y, al morir este, pasó a manos de la Bibliotheca Regiae de Múnich.[45] Dado que Roriczer trabajó como maestro de obras en el sur de Alemania, en Eichstätt, Núremberg, Múnich y Ratisbona, es posible que tuviera acceso a *De inquisicione*, o al menos a alguien que conocía el contenido del tratado. Este alguien pudo haber sido con toda seguridad el Obispo de Eichstätt, Wilhelm von Reichenau, a quien Roriczer dedicó su librito sobre los pináculos. En la dedicatoria, Roriczer menciona que el obispo era amante y mecenas del "libre arte de la geometría" y que habían hablado del tema muchas veces.[46] Incidentalmente, es justo este tipo de relación entre el mecenas eclesiástico y su maestro de obras el que contribuiría a transmitir gran cantidad de conocimiento "clerical" a las tradiciones del oficio de la Edad Media.

Los procedimientos utilizados por Roriczer para construir un heptágono y un octógono son precisamente los mismos que los que aparecen en *De inquisicione*.[47] En ambos casos el procedimiento era estrictamente mediante geometría constructiva, es decir, la manipulación de un compás y una regla para inscribir un heptágono en un círculo y un octógono en un cuadrado. En ninguno de los dos casos se ha demostrado que la construcción sea matemáticamente correcta.

Por el contrario, el método de Roriczer para determinar la longitud de una circunferencia difiere en muchos aspectos del ofrecido en el tratado *De inquisicione*. La solución al problema había estado disponible durante largo tiempo en el tratado de Arquímedes, *Sobre la medida del círculo*, que en el siglo XII Gerardo de Cremona había traducido al latín desde una versión árabe. A lo largo del resto de la Edad Media, los académicos europeos copiaron, comentaron, ampliaron, redujeron y, además, transformaron *De mensura circuli*, con sus tres teoremas sobre el área y la circunferencia del círculo.[48] Es el tercer teorema el que nos interesa aquí: "*Toda circunferencia de un círculo es tres veces superior a su diámetro en una cantidad menor que un séptimo y mayor que 10 partes de 71 del diámetro*".[49]

He aquí la versión de Roriczer del teorema de Arquímedes:

"*Quien quiera convertir una línea circular en una recta de manera que la línea recta y la circular sean iguales: tracemos tres círculos, uno junto al otro, y dividamos [el diámetro de] el primer círculo en siete partes iguales, con las letras tal como se muestran* h *:* a *:* b *:* c *:* d *:* e *:* f *:* g*. Utilizando la distancia que hay entre* h *y* a*, defina un punto detrás (antes) de* h *y escriba* i*. Por ende, utilizando la distancia que hay entre* i *y* k*, es igual de larga que la línea circular de (cada) uno de los tres círculos que están situados uno junto a otro, como se muestra en la figura adjunta*".[50] (Fig. 3).

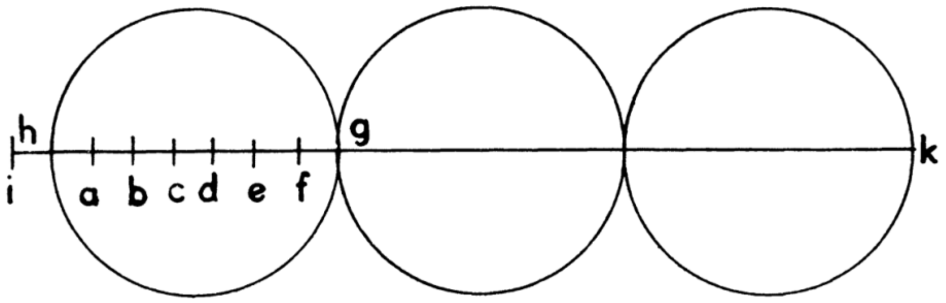


Fig. 3. Cálculo de la circunferencia de un círculo, según el dibujo de la *Geometria deutsh* de Roriczer.

Difícilmente podríamos encontrar un ejemplo más revelador de la geometría constructiva de los constructores medievales. Calcular la circunferencia de un círculo (para columnas, pilares, torres redondas, etc.) debió de ser un requisito bastante común en la construcción medieval. Siguiendo los pasos descritos por Roriczer, cualquier constructor podía, solo con su compás y su regla, "construir" una solución del problema, sin conocer el teorema de Arquímedes ni las pruebas relacionadas con ese teorema. Por consiguiente, la *Geometria deutsch* muestra claramente cómo los constructores medievales abordaban los problemas geométricos que parecían requerir determinados cálculos matemáticos, si bien lograban evitar estos cálculos mediante las manipulaciones paso a paso con sus herramientas de trabajo. Esta cuestión puede recalcarse comparando la solución de Roriczer con la ofrecida en el tratado *De inquisicione*:

“*Dado el diámetro, calculemos la circunferencia de un círculo: supongamos que tenemos un círculo a b y que el diámetro a b del círculo es igual a 14. Si triplicamos el diámetro, su valor es igual a 42. Si añadimos al producto 1/7 de dicho diámetro, es decir, 2, el resultado será igual a 44, que es la circunferencia del círculo. Esto queda claro por el [teorema] 7 de la geometría de los tres hermanos”*.[51]

Inmediatamente nos damos cuenta de que el autor de *De inquisiciones* ha presentado el teorema de Arquímedes como un cálculo aritmético, mientras que Roriczer lo ha hecho como una construcción geométrica. En efecto, el lenguaje de la fórmula de Roriczer sugiere que sería poco probable que estuviera pensando en esto como un problema matemático. Parece que hubiera estado visualizando determinadas formas geométricas – un círculo y una línea recta – y preguntándose: *“¿Cómo creamos una línea recta que tenga la longitud de la redondez de un círculo?”* En mi opinión, esta “configuración” mental difiere sustancialmente de la pregunta del geómetra, “Dado un diámetro, ¿cómo hallamos la circunferencia de un círculo?” Además, nos percatamos del carácter puramente prescriptivo de la fórmula de Roriczer: si quieres resolver *ese* problema, entonces hazlo de *esta* manera. No siente obligación alguna en demostrar la corrección de su prescripción. Por otro lado, el autor de *De inquisicione* remite al lector a la prueba del teorema en la *Geometria trium fratrum*.[52] Aunque se trata de un razonamiento matemático rudimentario, al menos prueba que el autor reconoce la necesidad de demostrar los teoremas matemáticos.[53]

Otro ejemplo del planteamiento no matemático de Roriczer puede verse en la fórmula siguiente, que se trata de un problema euclidiano más o menos aceptable:

“*Quien quiera crear un cuadrado y un triángulo de modo que el cuadrado y el triángulo se contengan el uno en el otro de igual manera: tracemos un triángulo [equilátero], es decir* a *:* b *:* c*. Dividamos c b en tres partes iguales, es decir, [definamos los puntos]* d *y* e*. Después creemos un cuadrado a partir de [la línea]* c e *[que] se completará con* f g*. Así el cuadrado contiene lo mismo que el triángulo, como puede verse en este ejemplo*”.[54] (Fig. 4).

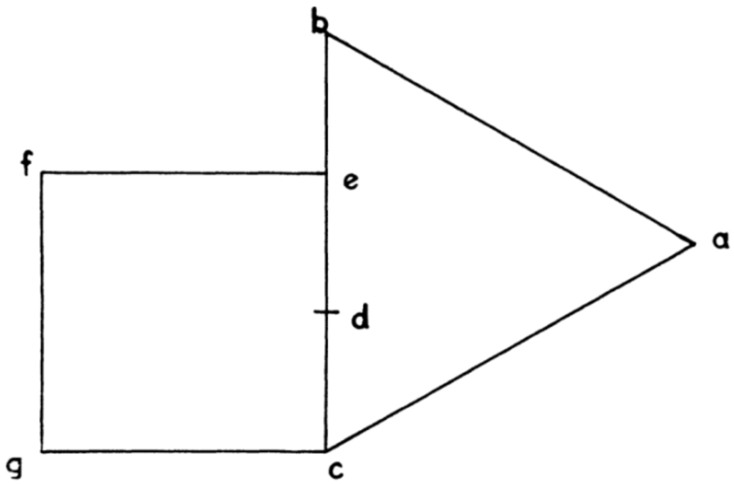


Fig. 4. Cálculo de un cuadrado y un triángulo con su misma área, según el dibujo de la *Geometria deutsch* de Roriczer.

Pero la ilustración simplemente muestra la configuración de dos formas geométricas. Desde luego Roriczer no ha demostrado que ambas formas tengan las mismas áreas; solo lo ha afirmado. De hecho, las áreas solo son aproximadamente iguales – el área del cuadrado es 4.000, mientras que la del triángulo es 3.6742.

De nuevo es instructivo comparar la fórmula de Roriczer con la correspondiente en *De inquisicione*:

"Sea un triángulo a b c *(Fig. 5). Tracemos una línea* d e *igual a y a la misma distancia [paralela] de* b e *y unamos* b d *y* e c*. De acuerdo a Euclides I, 41, el paralelogramo* b c e d *es doble que el triángulo* a b c*; por ello, la mitad del paralelogramo,* b c g f*, es igual al triángulo* a b c*. Ahora hallemos el "lado de cuadratura" de este paralelogramo* b c g f*.*[55] *Al lado* b c *añadimos, trazando una línea continua y recta,* c h *igual a* g e *[ó* c g*]; habiendo trazado el diámetro* b h*, desde su centro dibujamos el semicírculo* b k h*, y trazamos* c k*. Por consiguiente, podemos decir que la línea* c k *es el "lado de cuadratura" del paralelogramo* b c g f*, y, en consecuencia, del triángulo* a b c"*.*[56]

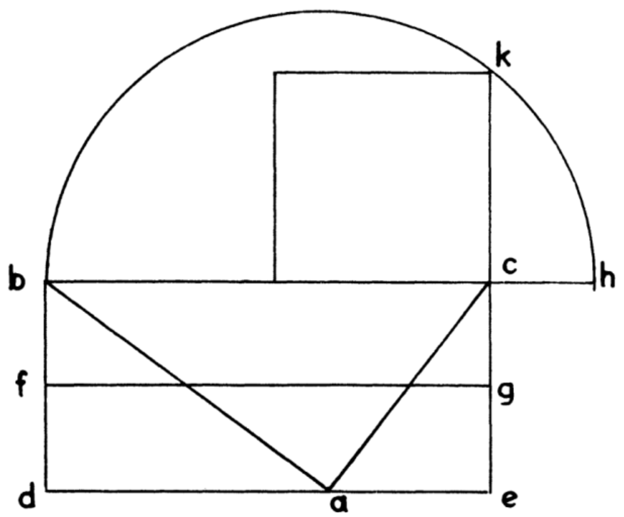


Fig. 5. Cálculo de un cuadrado y un triángulo con la misma área, según el anónimo *De inquisicione capacitatis figurarum*.

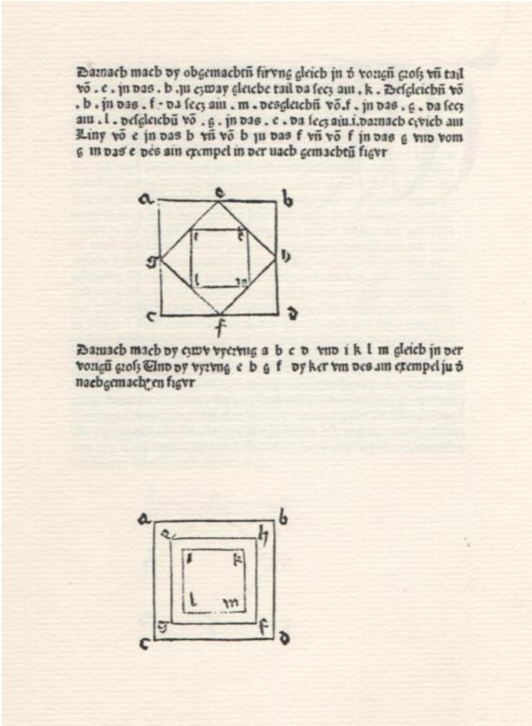
Debe advertirse que el autor de *De inquisicione* también "ha construido" una solución al problema, pero al hacerlo ha dependido de dos proposiciones euclidianas. La primera mitad de su solución depende de la Proposición 41 del Libro I de los *Elementos*, que menciona diligentemente. Pero la segunda mitad, en la que calcula un cuadrado con la misma área que un paralelogramo, está basada en el Libro II, Proposición 14, que, por algún motivo, no menciona; por consiguiente, su demostración queda algo en el aire. No obstante, hay diferencias importantes entre sus construcciones y las de Roriczer. En primer lugar, el procedimiento de *De inquisicione* da lugar a una solución geométricamente correcta, y no a una aproximación como la de Roriczer. En segundo lugar, este procedimiento se aplica a *cualquier* triángulo y no solo al triángulo equilátero de la fórmula de Roriczer. Por último, el autor de *De inquisicione* da por sentado que el lector entenderá su solución haciendo referencia a una de las proposiciones euclidianas en la que se basa la solución. Roriczer no hace esta presuposición sobre las habilidades o intereses matemáticos del lector; simplemente dice que se haga de esa manera. Si el mismo Roriczer hubiera entendido las proposiciones euclidianas es una cuestión irrelevante; desde luego no necesitaba ese entendimiento por parte de sus lectores.

Un último punto en la comparación entre la *Geometria deutsch* y el tratado *De inquisicione*: si Roriczer tuvo acceso a este último, o a alguien que conociera su contenido, solo tomó del tratado aquellas fórmulas que pudiesen expresarse enteramente en términos de geometría constructiva, y evitó todas aquellas que necesitaran de algún razonamiento matemático euclidiano. Este punto saca a la luz un contraste interesante entre la geometría de los constructores medievales y la geometría griega clásica desarrollada por Euclides en los *Elementos*. Ambos comenzaron con la misma presuposición, es decir, que todas las construcciones geométricas son posibles con el uso de unas cuantas herramientas o instrumentos sencillos. Pero Euclides aceptó esta presuposición como una restricción teórica para dictar los límites dentro de los cuales desarrollaría con rigor sus argumentos. Por el contrario, los constructores medievales establecieron dicha presuposición como una necesidad práctica, ya que carecían de la capacidad del razonamiento matemático necesario para sobrepasar la simple manipulación de sus herramientas y adentrarse en el mundo euclidiano de definiciones, postulados, axiomas, proposiciones y pruebas. Para Euclides la construcción de una figura geométrica con un compás y una regla era simplemente una parte, y no una parte absolutamente necesaria, de su ejercicio matemático; restaba hacer una tarea más importante y difícil, demostrar la corrección matemática de la construcción.[57] Para Roriczer y sus compañeros constructores, dicha construcción era, desde el punto de vista geométrico o matemático, el final del ejercicio; la siguiente tarea no era demostrar su corrección matemática, sino transformar la construcción geométrica en una forma arquitectónica de piedra.

Algunos de los métodos que los constructores medievales utilizaron para transformar figuras geométricas en formas arquitectónicas están descritos e ilustrados en esos tres pequeños tratados escritos por maestros de obras alemanes del Medievo tardío. El más conocido es el *Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit*, de Roriczer, en cuya dedicatoria al obispo Wilhelm von Reichenau Roriczer explicó que, dado que cada arte tenía sus propios materiales, formas y medidas (¡la sombra de Dominicus Gundissalinus!), quería exponer los principios básicos de estos para el arte de la construcción, basados en el arte de la geometría.

"*He [intentado] explicar, con la ayuda de Dios, el apenas tratado arte de la geometría, comenzando, extensamente, por el inicio de la obra en piedra, tal y como debe componerse por razones de la geometría, y con qué medidas y su trazado [Grund], mediante el compás, y cómo debe aparecer con sus dimensiones adecuadas*".[58]

De hecho, el librito está totalmente dedicado a la técnica de disposición de la planta y el alzado de un pináculo, pero el procedimiento de avanzar paso a paso es el mismo que en la *Geometria deutsch*. Roriczer comienza así: "*Si deseáis dibujar la planta de un pináculo de acuerdo al arte de un maestro de obras y con la geometría correcta, empezad por trazar un cuadrado, como se muestra aquí, con las letras* a, b, c, d".[59] Roriczer inscribe un segundo cuadrado dentro del primero en un ángulo de 45 grados y un tercer cuadrado dentro del segundo siguiendo el mismo método (Fig. 6).



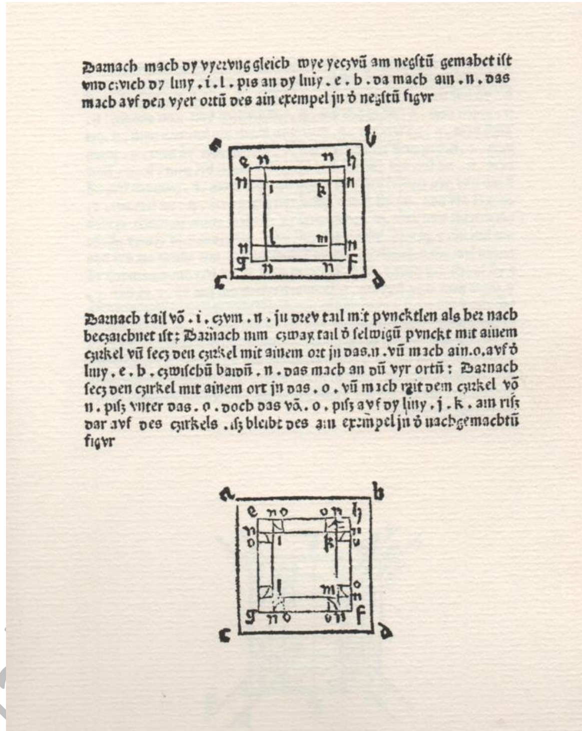


Fig. 6. Replanteo de la planta de un pináculo, del *Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit* de Roriczer. fols. 3v-4r.

Después gira el segundo cuadrado para que los lados de los tres cuadrados queden paralelos. Habiendo obtenido el boceto básico de la planta del pináculo mediante esta manipulación de tres cuadrados, Roriczer pasa a determinar los detalles, tanto de la planta como del alzado, en una elaboración paso a paso de esta técnica manipulativa. El proceso completo precisa de 234 pasos independientes, que ilustra en dieciocho figuras, siendo las tres últimas las que muestran el diseño geométrico completo de la planta y el alzado (Fig. 7). Roriczer finalizó sus instrucciones con estos comentarios:

"*Acto seguido, colocad la coronación del cuerpo del pináculo y borrad todas las líneas del dibujo, de forma que solo queden las líneas correctas necesarias para el pináculo. Finalmente obtenemos la figura del pináculo correcto, dibujado a partir de la planta*".[60]

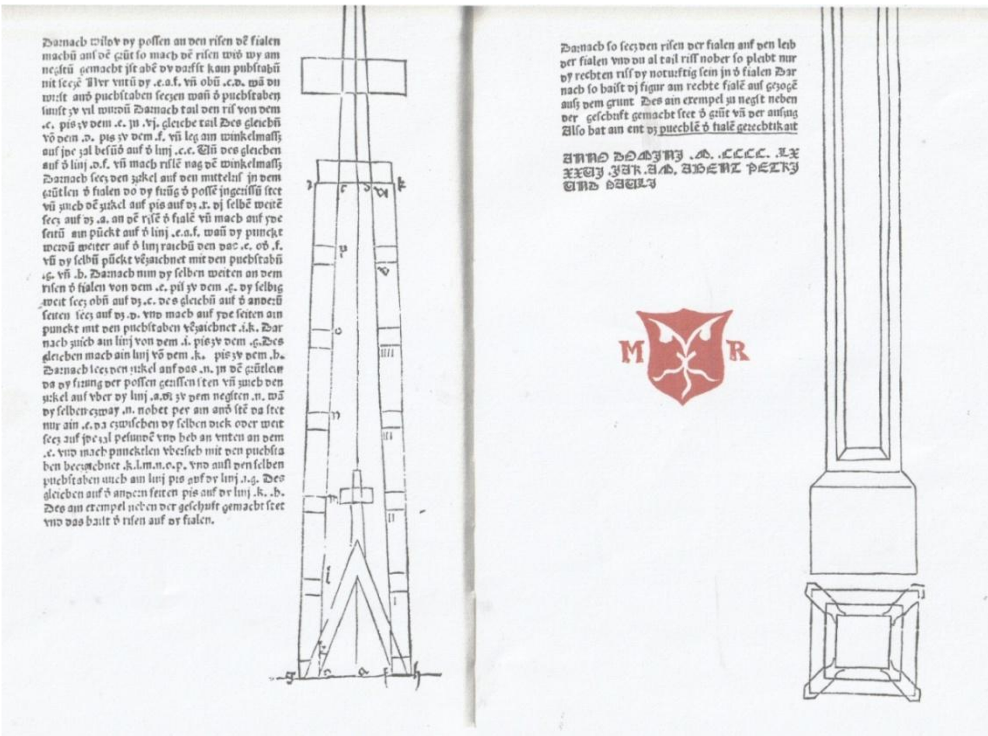


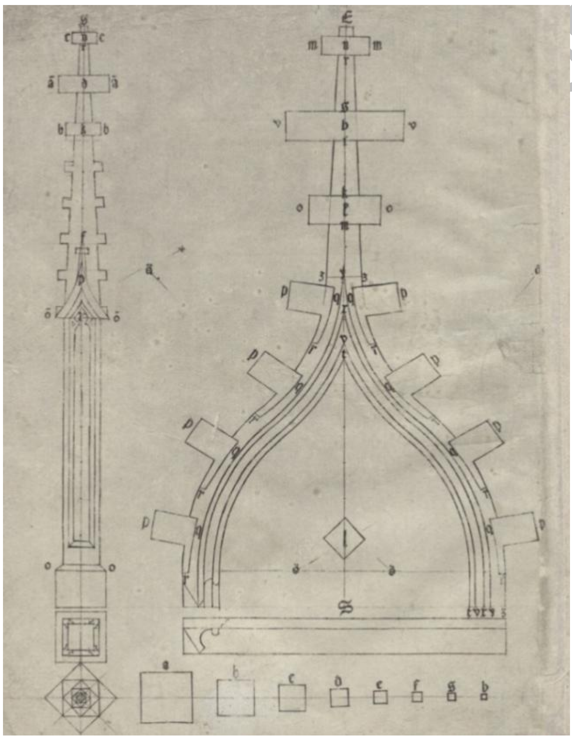
Fig. 7. Replanteo del alzado de un pináculo, del *Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit* de Roriczer, fols. 9v-10r.

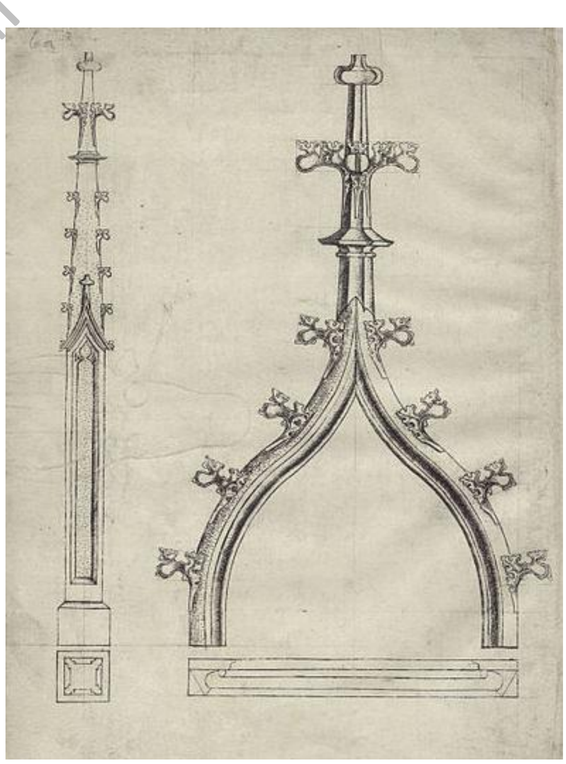
En resumen, esta es la famosa técnica de la cuadratura, que permite obtener el alzado a partir del cuadrado de la figura geométrica básica de la planta. Pero la siguiente afirmación nunca podrá enfatizarse lo suficiente: que todo el proceso consistía simplemente en la manipulación de figuras geométricas mediante una larga sucesión de pasos cuidadosamente prescritos, y que estaba bien exento de cálculos y fórmulas matemáticos. Lo que sí hizo Roriczer en su pequeño libro fue ofrecer una exposición escrita detallada de un problema de diseño específico y su solución.[61] El formato literario de esta exposición sugiere que no era más que un simple registro escrito del tipo de enseñanza oral que era tradicional en el oficio, tal vez no muy diferente a la explicación que un maestro de obras podría haber dado a su aprendiz al explicar algunos de los bocetos y comentarios espontáneos de Villard y Magister II.

Este mismo problema de diseño, y casi la misma técnica para resolverlo, aparecen en otro *Fialenbüchlein* de un contemporáneo de Roriczer, Hans Schmuttermayer.[62] En una declaración introductoria, Schmuttermayer ofrece una definición de la geometría y su uso en la construcción de edificios que es muy cercana al punto de vista expresado en los “Artículos y Puntos de la Construcción” y al contenido de la geometría constructiva tal como se expone en este trabajo. Schmuttermayer explica que escribe el libro:

“*…para la instrucción de nuestro prójimo y para todos los maestros y compañeros que utilizan este libre y honorable arte de la geometría, para que puedan, con razonamiento, mejor someter su especulación e imaginación al verdadero fundamento del trabajo dimensionado en la piedra. En esencia, este arte está fijado y fundamentado en el punto central del círculo, junto con su circunferencia, y su punto, y su construcción, correctamente* *establecidos. [Explico estas cuestiones] no para mi propia reputación, sino más para gloria y alabanza de los antiguos gremios, los inventores de este elevado arte de la construcción de edificios, que tiene sus originales y verdaderos fundamentos en el nivel, la escuadra, el triángulo, el compás y la regla. Y con la perspicacia, sutiles y elevados sentidos y profundo cálculo con que ahora se investiga. Así, yo, Hans Schmuttermayer de Núremberg, he reflejado correctamente el arte de dicho trabajo dimensionado en piedra en las [secciones] cuadradas y redondas de los pináculos, los gabletes y los pilares, con todos los elementos que les pertenecen, de acuerdo con el arte nuevo y también al antiguo. …. No he descubierto estos elementos por mí mismo, sino que los he aprendido de otros grandes y famosos maestros, como los Junkers de Praga y los maestros Rüger y Nicolás de Estrasburgo, quienes, en su mayor parte, sacaron este nuevo arte a la luz, junto con muchos otros*”.[63]

La técnica que Schmuttermayer utilizó para diseñar un pináculo era básicamente la misma que la empleada por Roriczer, pero en cierto modo él explicó el procedimiento separando los cuadrados inscritos, colocándolos en serie e asignándoles letras individuales para una referencia fácil (Fig. 8). Después, con el método habitual de procedimientos cuidadosamente prescritos, transfirió la longitud de los lados de los distintos cuadrados para establecer las dimensiones y los contornos de los elementos esenciales del pináculo. El resultado fue una “construcción geométrica” del pináculo que después transformó en un dibujo arquitectónico donde se muestran detalles de molduras y crochets y las coronaciones (Fig. 9).





Figs. 8 y 9. Construcción geométrica (izda.) y ejecución arquitectónica (dcha.) de un pináculo y un gablete, en el *Fialenbüchlein* de Schmuttermayer, fol.1, v y 6, v.

En estas mismas figuras, Schmuttermayer ilustró la aplicación de esta técnica en el diseño de un gablete o baldaquino. Sus ilustraciones, que no son tan conocidas como las de Roriczer, revelan de forma más explícita el uso de la "geometría" por los maestros de obras medievales en la manipulación de formas geométricas para crear el marco en las que basar sus propias formas arquitectónicas individuales. Si se compara el gablete de Schmuttermayer con el creado por Roriczer en la *Geometria deutsch* (Fig. 10), puede verse que su técnica para diseñar según la geometría constructiva era básicamente la misma, si bien los resultados finales, tanto en la composición general como en los detalles formales, eran significativamente diferentes.

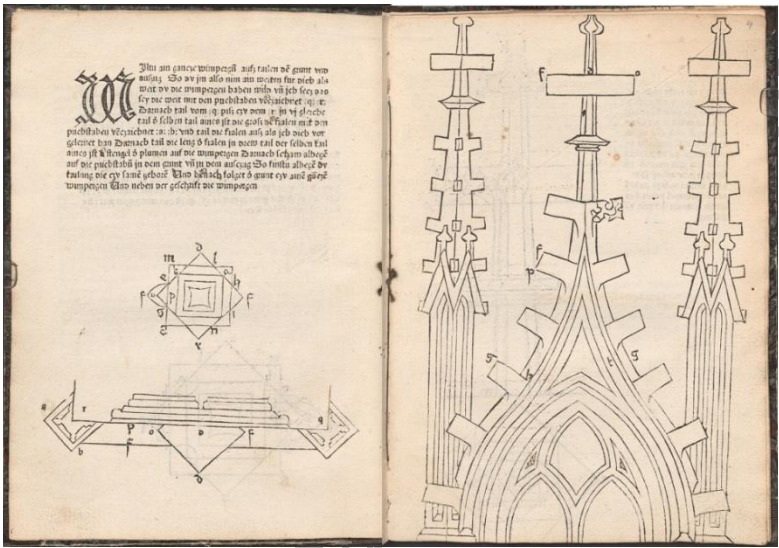


Fig. 10. Construcción geométrica de un gablete, en la *Geometria deutsch* de Roriczer, fol. 6. *(**N. del T.**: En realidad es el fol. 2 del "Opúsculo sobre los Gabletes").*

El desarrollo de variaciones sobre una figura constituye una característica fundamental de la geometría constructiva de los constructores medievales, y prácticamente se establece como cuestión de principio en otro librito del maestro de obras alemán Lorenz Lechler. Escrito en 1516 para enseñar a su hijo Moritz las técnicas y habilidades del oficio de la construcción, este librito carece de título, y normalmente se conoce simplemente como las "Enseñanzas" (*Unterweisung*) de Lechler.[64] Debido a la variedad de problemas de diseño y de construcción que Lechler abordó, su tratado es más interesante que los dos cuadernillos sobre pináculos de Roriczer y Schmuttermayer. Lechler prestó especial atención al diseño de las plantillas utilizadas para cortar piedras para parteluces de ventanas, tracerías, nervios de bóvedas y capiteles de pilares, así como molduras para gabletes, pináculos y contrafuertes. Dado que he publicado un estudio detallado de las prescripciones de Lechler para diseñar plantillas mediante la técnica de cuadratura, en este trabajo solo revisaremos su sistema muy brevemente.[65] Estaba basado en una unidad modular determinada por la pared del coro de la iglesia:

"*Tomad el grosor de la pared del coro, ya sea estrecho o ancho, y después dibujad dos cuadrados que se superpongan; dentro encontraréis todas las plantillas, tal como las hallaréis dibujadas en este libro*".[66]

Como puede verse en la Fig. 11, estos dos cuadrados del mismo tamaño los inscribió uno sobre otro en un ángulo de cuarenta y cinco grados. Uno lo dividió en una parrilla de nueve cuadrados y el cuadrado más central lo usó como marco para inscribir tres cuadrados pequeños de la manera ya dada a conocer por Roriczer y Schmuttermayer. Esta red de cuadrados inscritos servía para determinar la longitud y anchura de los parteluces, grandes y pequeños (Fig. 11, imagen inferior). Otra combinación de círculos y cuadrados dentro de este mismo marco proporcionaba las dimensiones de las secciones transversales de los nervios de las bóvedas, grandes y pequeños. Por último, mediante la manipulación del compás y la regla en las esquinas de los cuadrados superpuestos originales, Lechler obtuvo las formas geométricas de las columnas de las bóvedas, grandes y pequeñas, junto con sus basas y capiteles. Aunque ahora suene a estribillo, es necesario reiterar que en ninguna de las prescripciones de Lechler había cálculos matemáticos, y el procedimiento completo se lograba mediante la manipulación de figuras geométricas. Incluso las relaciones numéricas entre siete y cinco que aparecen continuamente en las prescripciones de Lechler son el resultado inevitable de su aplicación de la técnica geométrica de inscripción de cuadrados.[67]

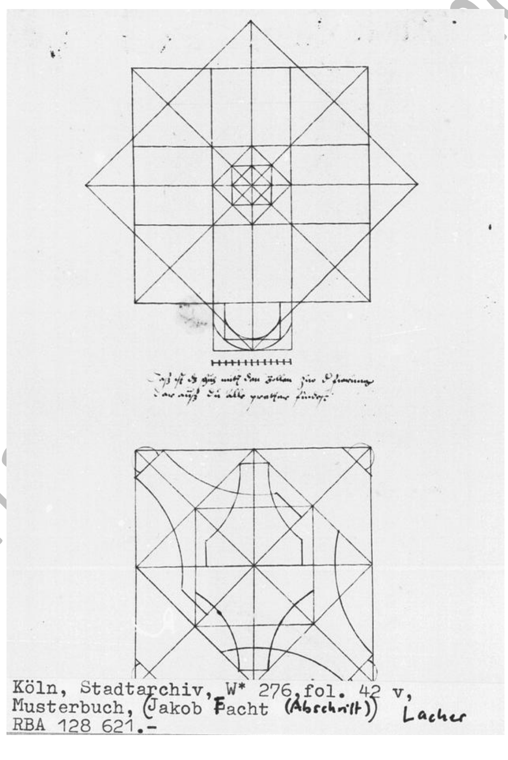


Fig. 11. Construcción geométrica de una plantilla para el parteluz de una ventana, en las “Enseñanzas” de Lechler. Archivo Histórico de Colonia, ms. Wf 276, fol. 42, v.

Uno de los puntos más importantes que emerge del estudio de la técnica de Lechler para diseñar plantillas es que, aunque era ciertamente prescriptiva, no era rígidamente restrictiva. Este estudio nos permite ver porqué era así. La geometría constructiva de los constructores medievales era prescriptiva en el sentido de que se componía de diversos pasos prescritos que eran enseñados a los constructores para que los siguieran. Pero dado que apenas tenían que ver con la exactitud o corrección matemáticas, dichos pasos podían modificarse a voluntad. En otras palabras, no había reglas lógicas o matemáticas a las que los constructores tuvieran que ajustarse; solo estaban limitados por sus propias habilidades y su creatividad en la manipulación de formas geométricas con las herramientas que poseían, así como por su voluntad, o falta de voluntad, para cambiar las prescripciones que habían heredado a través de las tradiciones del oficio.

* * * *

(Conclusión)

Los constructores medievales insistían en que todo su oficio estaba basado en el "arte y la ciencia de la geometría". El objetivo del presente trabajo ha sido reconstruir el carácter y el contenido de los conocimientos geométricos de los maestros de obras medievales, a partir de los pocos restos literarios dejados por los propios constructores. Tal como se ha reconstruido a partir de estos escritos, esta geometría apenas se asemeja a la geometría clásica de Euclides y Arquímedes, o a los tratados medievales sobre *practica geometriae*. Desde el punto de vista matemático, era sumamente sencilla; una vez aceptado que apenas se recurría al razonamiento de tipo euclidiano, el camino queda libre para comprender el tipo de pensamiento geométrico que los constructores sí empleaban. He llamado a esta técnica no matemática "*geometría constructiva*", para indicar el interés de los constructores por la construcción y la manipulación de formas geométricas. Queda patente que, para los constructores medievales, el "arte de la geometría" era la capacidad para percibir los problemas de diseño y de construcción en términos de unas cuantas figuras geométricas que podían manipular mediante una serie de pasos cuidadosamente prescritos que daban lugar a puntos, líneas y curvas requeridos para solucionar problemas. Dado que estos problemas abarcaban el espectro completo del trabajo de los constructores – estereotomía, estadística, proporción, diseño arquitectónico y dibujo – la búsqueda de los académicos modernos de los cánones geométricos de la arquitectura medieval será suficientemente apropiada siempre que se tenga claro el tipo de geometría que realmente usaban los constructores. La naturaleza de esta geometría sugiere que, cuando se recuperen, estos cánones no serán las leyes universales que por fin aporten *la clave* de la arquitectura medieval; más bien constituirán los procedimientos concretos utilizados por determinados maestros de obras en un tiempo y un lugar específicos.